

# 材料デザイン学 第5回

## 機械的特性 / 複合材料 / 強度・靱性

岸田 逸平

Last-modified: 2016/10/12 22:25:11.

### 目次

1	複合材料における破壊の機構	2
2	繊維と母材の破断歪みの大小関係による分類	4
2.1	繊維と母材の粘さが等しい場合	4
2.2	母材が粘い場合	4
2.2.1	マトリクス支配 (母材支配) と繊維支配	6
2.3	繊維が粘い場合	9
3	その他、複合材料で考えておくべきこと。	11
4	実験による確認	11
5	まとめ	12
6	小レポート	12
6.1	前回講評	12
6.2	今回課題	13

複合材料の破壊は弾性的性質ほど単純ではない。弾性的性質では材料が恒久的な変形をしない範囲のみ考えれば良かったので「完全に接着している」という仮定が妥当であったが、破壊はその仮定が難しい。また、均質材料では原子配列や粒界を考える程度で良かったが、複合材料では2種類の材料と、さらにその界面を考えなければならない。

# 1 複合材料における破壊の機構

強度や靱性は破壊に対して抵抗する性質のことである。Ch. 3 でやったように、まずは材料における破壊の機構を繊維強化複合材料についても考える。しかし、複合材料の破壊機構は均質材料より格段に複雑である。<sup>\*1</sup>

亀裂の方向 亀裂面の構成する面の向きによって数種類に分類できる。(Fig. 1)

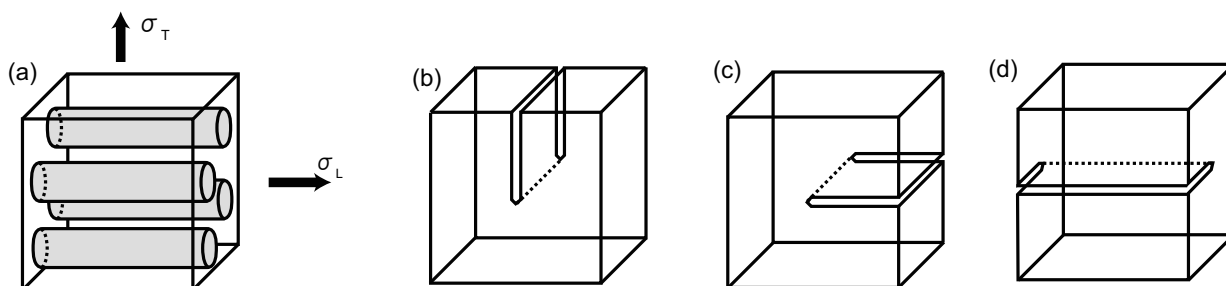


図1 (fig20131112a) 亀裂の方向の分類。(a) 繊維軸方向と繊維軸直角方向。(b) 繊維を切断するように進展する亀裂。(c) 繊維方向に進展する亀裂。(d) 繊維に沿って、亀裂の面の法線が繊維軸直角方向に向く亀裂。

破壊のモード 亀裂先端にかかる応力の種類によって3種類に分類できる。<sup>\*2</sup> (Fig. 2)

- (モード I) 引張 (口を開く方向)
- (モード II) 剪断 (あごを出す方向)
- (モード III) 剪断 (あごを左右にずらす方向)

破壊の箇所 破壊の生じる箇所について3種類に分類できる。(Fig. 3)

- 繊維

<sup>\*1</sup> 一般に、樹脂母材による複合材は金属材料よりも高強度、軽量、錆びないなどメリットがある一方で、耐衝撃性においては金属材料に劣る。かつてロールスロイス社は航空機に複合材料を使用することを試みていたが、バードストライク試験をクリアすることができず、材料開発費がかさんで倒産した。

<sup>\*2</sup> モードはこれで網羅されているだろうか？ 上部に対する下部の相対的な位置関係で決まり、3次元空間なので3方向で代表させるとするのは十分に妥当なモデル。ただし、あくまでモデルだ。代表したベクトルが独立ではなく、合成ベクトルで特異な現象が生じる場合や、ねじりが加わっていて剪断方向に異方性がある場合などがありうる。何かしら考察をするときに、それで網羅できているかを確認することが重要。数学的な考え方はこういうときに使うものだ。

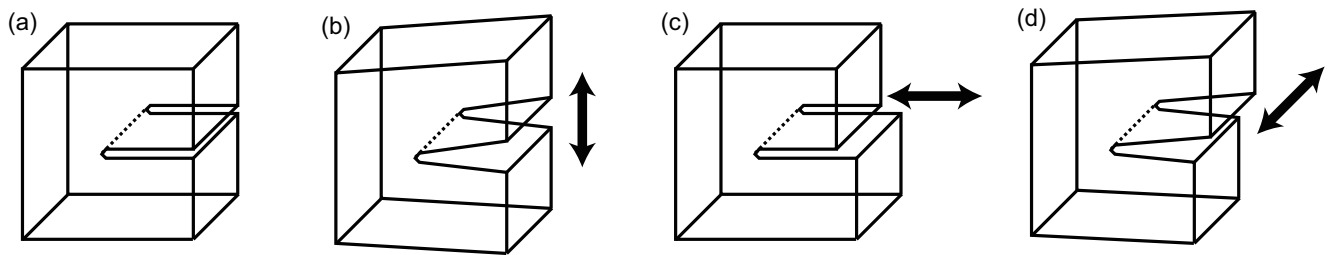


図 2 (fig20131112b) 亀裂先端に働く応力の分類に用いられる応力場の 3 つのモード。  
 (a) 応力のかかっていない亀裂先端。(b) モード I, 口をまっすぐ開けるイメージ。(c)  
 モード II, 受け口のようなイメージ。(d) モード III, 顎を左右にずらすようなイメージ。

- 母材
- 界面

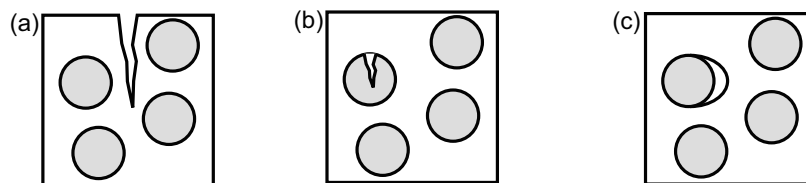


図 3 (fig20131112c) 破壊の生じる箇所による分類。(a) 母材における亀裂進展。(b) 繊維における亀裂進展。(c) 母材-繊維界面における亀裂進展。

上記で提示した組み合わせだけでも結構な数になる。またその他、多層化した場合には層と層の間の接着様式によってその接着剤の特性や層ごとの角度依存性関係してくるし、繊維やコンクリートのように圧縮と引っ張りとは対称的でない材料では、力の向きをそれぞれ別に考える必要がある。

これはかなり複雑で面倒な話になる。この講義の目的は複合材料の全ての破壊挙動を網羅して理解することではない。複合材料の理論を網羅すればそれは半期全部通して授業しても足りるものではない。本講義ではその中の幾つかに絞って議論を行い、「材料をデザインする」という手続きを理解する一つの例として紹介するに留める。

今回は特に繊維軸方向 (L 方向) への引っ張り歪みに注目する。なお、実際の材料設計においては、その材料が使用される状況において最も破壊され易い破壊挙動での強度とその強靭化に注目すれば良いことも多い。

## 2 繊維と母材の破断歪みの大小関係による分類

本節では「破断歪みが大きい」ことを「粘い」と表現する。この「粘い」という表現は実際の材料開発の現場でも使われる表現である。

- $\sigma_c, \sigma_f, \sigma_m$ : 複合材料全体、繊維、母材のそれぞれにかかる応力。
- $F_c, F_f, F_m$ : 複合材料全体、繊維、母材のそれぞれの引張強度。
- $V_c, V_f, V_m$ : 複合材料全体、繊維、母材のそれぞれの体積分率。なお、 $V_c = 1$  である。

繊維強化複合材料では一般に繊維の引張強度が母材の引張強度よりも強い。でなければ強度の観点からは複合材料化のメリットがない。このことから、 $F_f > F_m$  を前提とする。

繊維と母材は完全に接着しており、破断されない限りにおいて繊維軸方向 (L 方向) への引っ張り歪みが生じたときには繊維と母材が等しい歪みを持つものとする。

さて、複合材料を繊維方向に引っ張ろう。当然、無限に伸びるわけがないのでどこかで材料は破壊する。繊維と母材のどちらか、弱い\*3方が先に破壊されることになる。そのどちらが弱いかによって場合分けが必要になる。

### 2.1 繊維と母材の粘さが等しい場合

複合材料では粘さの違う材料を組み合わせることが普通であり、「繊維と母材の粘さが等しい場合」というのは滅多にないので本講義では省略する。破断歪みの近い材料を用いたとしても、構成によって変化しうる。たとえば繊維がたまたま欠陥を多く含み破断し易かったり、繊維が密集している箇所の母材が弱い場合がある。

### 2.2 母材が粘い場合

母材の方が繊維よりも粘く (破断歪みが大きく)、タフである場合を考える。(Fig. 5(a))  
ガラスはプラスチックに比べれば脆性材料であり、一般的な \_\_\_\_\_ がこの条件に適合する。この場合、繊維の方が母材よりも小さな歪みで破断するため、かける負荷を増していくと \_\_\_\_\_ が先に破断する。さらに母材が伸び、最後に \_\_\_\_\_ が破断して複合材料全体の破断に至る。(Fig. 4)

\*3 正確には「破断歪みが小さい」、「粘くない」。

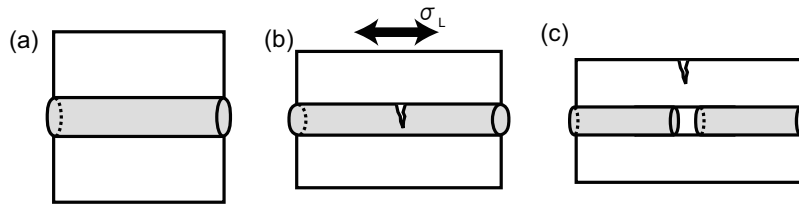


図4 (fig20131114a) 母材が粘り場合の複合材料の破断プロセス。(a) 無荷重。(b) 繊維が先に破断。(c) 繊維が完全に破断した後、伸びが生じ、母材が破断したところ。

繊維が破断する直前 繊維が破断する前は、繊維と母材の両方が応力を負担する。Fig. 4(b) のように繊維が破断する直前の瞬間の応力は以下のように表せる。

$$F_c = F_f V_f + \sigma'_m V_m \quad (1)$$

$$= F_f V_f + \sigma'_m (1 - V_f) \quad (2)$$

$$= (F_f - \sigma'_m) V_f + \sigma'_m \quad (\text{eq20131113a}) \quad (3)$$

ここで、 $\sigma'_m$  は繊維の破断時の歪みにおいて母材にかかっている応力である。この応力の値を全ての体積分率  $V_f$  について描いたグラフが Fig. 5 (b) である。

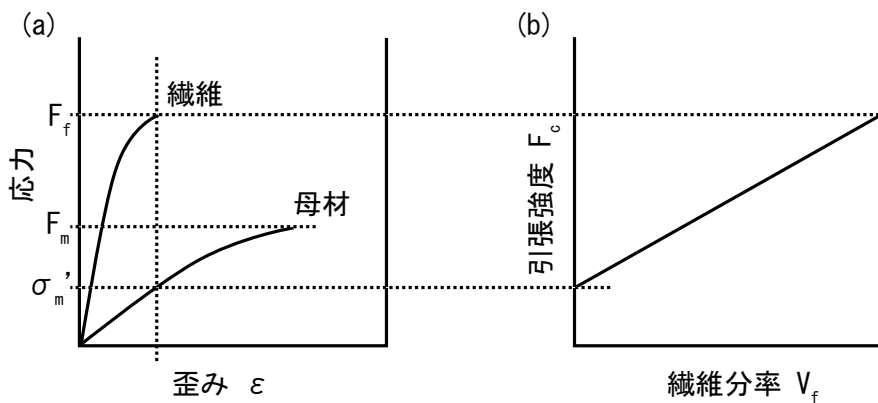


図5 (fig20131114b) 母材が粘り場合で繊維が破断する直前の引張応力。

繊維の破断後、母材の破断直前 繊維の破断の後、破断した繊維は応力を負担せず母材のみが応力を負担するため、最終的な破断 (Fig. 4(c)) の引張応力は母材で決定される。

したがって、最終的な破断強度は

$$F_c = F_m V_m \quad (\text{eq20131113b}) \quad (4)$$

この応力の値を全ての体積分率  $V_f$  について描いたグラフが Fig. 6 (b) である。

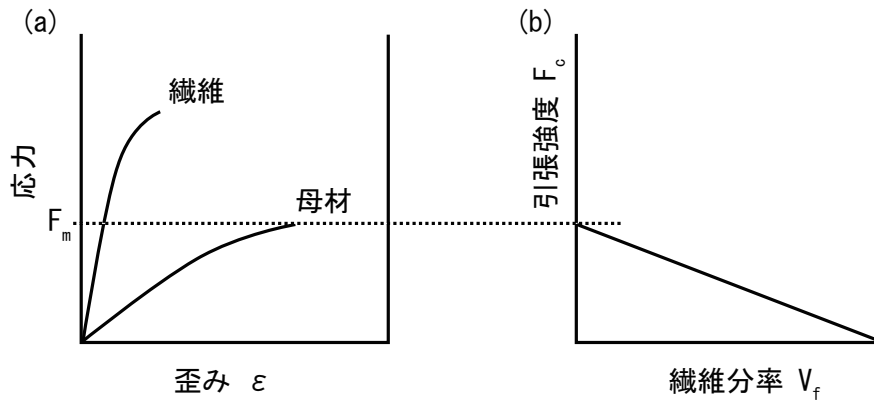


図 6 (fig20131114c) 母材が粘り場合で母材が破断する直前の引張応力。

### 2.2.1 マトリクス支配 (母材支配) と繊維支配

eqs. (3), (4) の両方で引張強度の体積分率に対する依存性は正負逆になっている。これらをどう扱うべきかを考えてみよう。

繊維が優勢の場合 複合材料中に母材がほとんどない状態 (極限的には純粋な繊維材料のみの状態) で繊維が僅かに減少した場合を考える。(Fig. 7) この場合、繊維の破断直前まで繊維が負担していた応力分も全て残った僅かな母材にかかり、母材もすぐに破断することになる。この場合、繊維の減少が複合材料全体の引張強度  $F_c$  を低下させる。逆に言えば、この領域においてはこの場合、繊維の増加によって複合材料全体の引張強度  $F_c$  を向上させる。これは eq. (3) の言葉による表現である。すなわち、繊維が優勢の場合は \_\_\_\_\_ が破断する直前の応力で複合材料全体の引張強度  $F_c$  が決定されることが分かる。

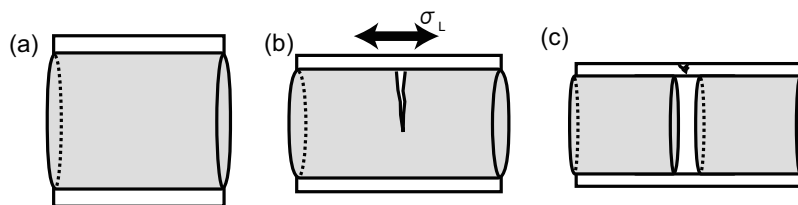


図 7 (fig20131114d)

母材が優勢の場合 複合材料中に繊維がほとんどない状態 (極限的には純粋な母材のみの状況) で繊維が僅かに増加した場合を考える。(Fig. 8) この場合、繊維が破断した後も、暫くは母材が十分に応力に耐えることができる。繊維の増加は複合材料全体を強化するのに寄与せず、むしろ母材の体積分率  $V_m$  を減少させる効果を生じ、複合材料全体の引張強度  $F_c$  を低下させてしまう。これは eq. (4) の言葉による表現である。すなわち、母材が優勢の場合は \_\_\_\_\_ が破断する直前の応力で複合材料全体の引張強度  $F_c$  が決定されることが分かる。

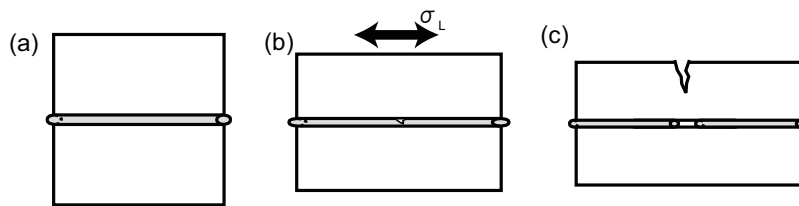


図 8 (fig20131114e)

それぞれの支配領域 繊維と母材のいずれかでも生き残っていれば、材料全体の破断とは言えない。逆に言えば、繊維と母材の両方が破断したときが材料全体の破断となる。すなわち材料全体の強度は \_\_\_\_\_ 方の破断強度で決まると言える。よって Figs. 5 (b), 6 (b) の破断強度の高い方がその繊維体積分率における破断強度である。これを示したのが Fig. 9 (c) である。母材の強度と体積分率で引張強度が決定される領域を \_\_\_\_\_、繊維の強度と体積分率で引張強度が決定される領域を \_\_\_\_\_、と呼ぶ。

マトリクス支配と繊維支配の境界となる繊維体積分率  $V_f$  を求めておこう。eqs. (3), (4)

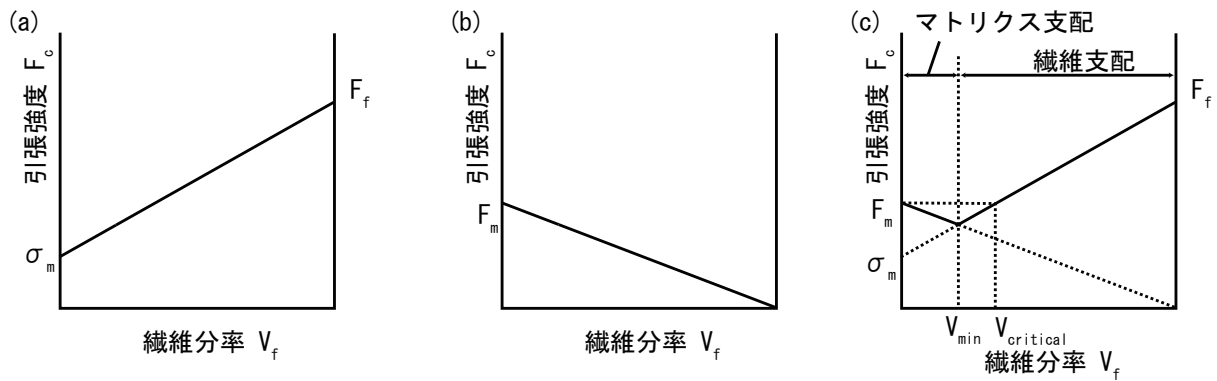


図9 (fig20131113a)

の両方を満たす点を求める。すなわち、

$$F_c = (F_f - \sigma'_m)V_f + \sigma'_m$$

$$F_c = F_m V_m$$

より、

$$(F_f - \sigma'_m)V_f + \sigma'_m = F_m V_m$$

$$(F_f - \sigma'_m)V_f + \sigma'_m = F_m(1 - V_f)$$

$$(F_f - \sigma'_m)V_f + \sigma'_m = F_m - F_m V_f$$

$$(F_f - \sigma'_m)V_f + F_m V_f = F_m - \sigma'_m$$

$$(F_f + F_m - \sigma'_m)V_f = F_m - \sigma'_m$$

$$V_f = \frac{F_m - \sigma'_m}{(F_f + F_m - \sigma'_m)} \quad (5)$$

よって求める点  $V_{\min}$  は、

$$V_{\min} = \frac{F_m - \sigma'_m}{(F_f + F_m - \sigma'_m)} \quad (6)$$

なお、min は minimum すなわち最小の意味で、グラフの形状から分かるようにその点で引張強度が最小になることを意味している。

繊維強化複合材料は、下手に作ると強度がより低い材料が出来てしまうことに注意が必要である。

繊維強化の有効範囲 前述のように、母材に繊維を導入してもその体積分率が少ない間はむしろ母材単体よりも強度が低下している。複合材料が母材より低強度では「繊維強化」ではなく、強度面では複合材料化のメリットがない。よって繊維強化が正の効果を及ぼす臨界



(critical) の繊維体積分率  $V_{\text{critical}}$  を求めておこう。eq. (3) において  $F_c = F_m$  となる点を求めるので、

$$F_c = (F_f - \sigma'_m)V_f + \sigma'_m$$

より、

$$F_m = (F_f - \sigma'_m)V_f + \sigma'_m$$

$$(F_f - \sigma'_m)V_f = F_m - \sigma'_m$$

$$V_f = \frac{F_m - \sigma'_m}{F_f - \sigma'_m} \quad (\text{eq20141111a}) \quad (7)$$

よって求める点  $V_{\text{critical}}$  は、

$$V_{\text{critical}} = \frac{F_m - \sigma'_m}{F_f - \sigma'_m} \quad (8)$$

繊維の強度が低下すると  $V_{\text{critical}}$  が大きくなる。成形時の繊維劣化などが、この原因となりうる。

### 2.3 繊維が粘い場合

繊維の方が母材よりも粘く（破断歪みが大きく）、タフである場合を考える。(Fig. 11(a)) 鉄はコンクリートに比べれば粘い材料であり、一般的な \_\_\_\_\_ がこの条件に適合する。この場合、母材の方が繊維よりも小さな歪みで破断するため、かける負荷を増していくと \_\_\_\_\_ が先に破断する。さらに繊維が伸び、最後に \_\_\_\_\_ が破断して複合材料全体の破断に至る。(Fig. 10)

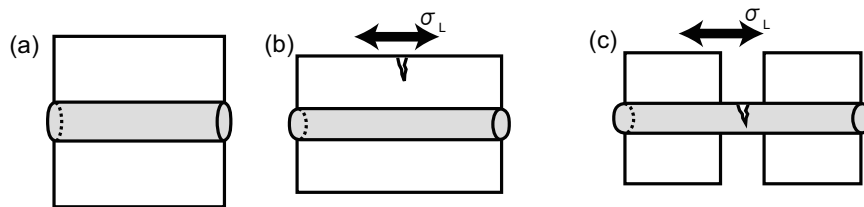


図 10 (fig20131115a) 繊維が粘い場合の複合材料の破断プロセス。(a) 無荷重。(b) 母材が先に破断。(c) 母材が完全に破断した後、伸びが生じ、繊維が破断したところ。

母材破壊時の応力 母材破壊時の応力は以下のように求められる。

$$\begin{aligned}
 F_c &= \sigma'_f V_f + F_m V_m \\
 &= \sigma'_f V_f + F_m (1 - V_f) \\
 &= (\sigma'_f - F_m) V_f + F_m
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

これをプロットしたのが Fig. 11(b) である。

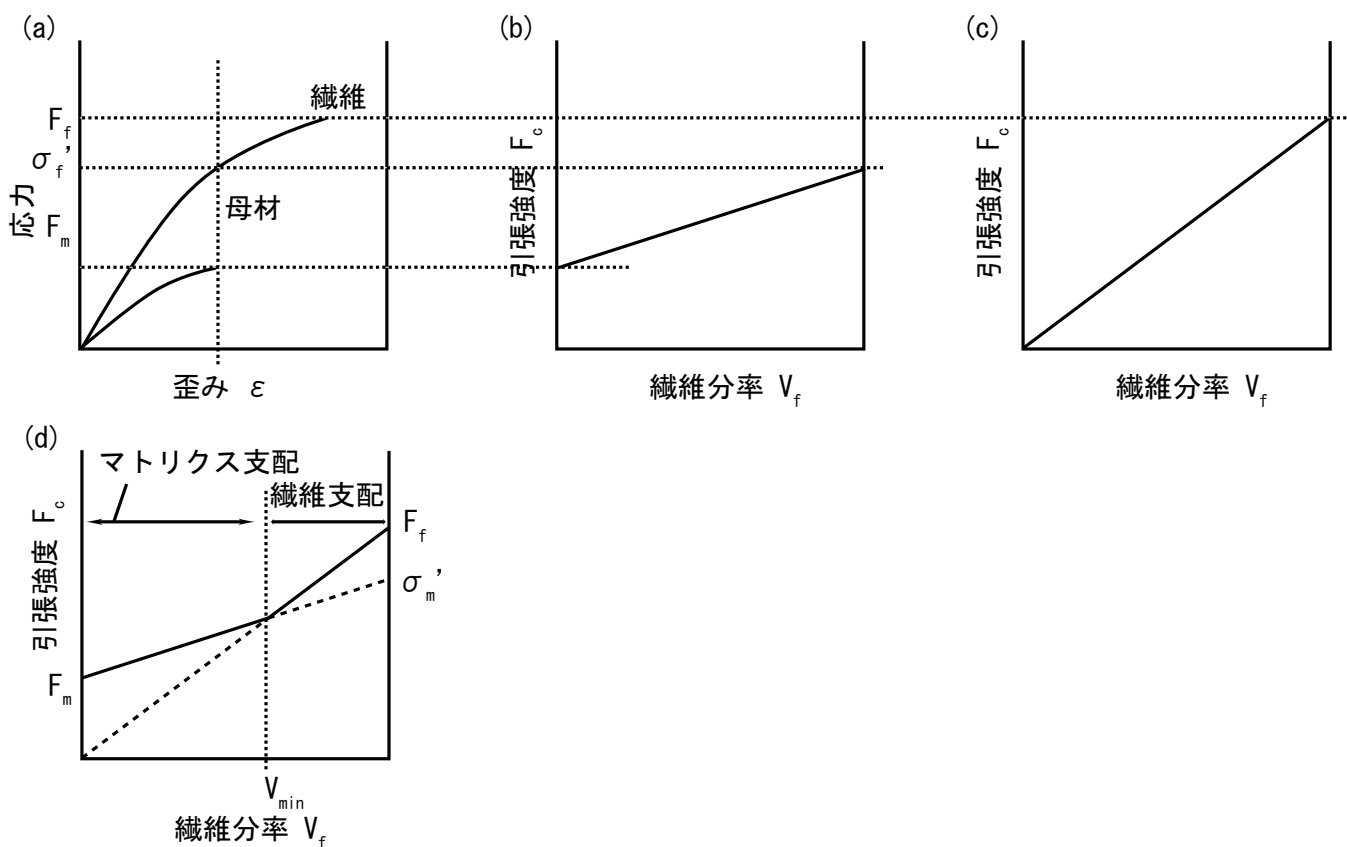


図 11 (fig20131115b)

繊維破壊時の応力 母材破断後は繊維のみが外力を負担する。したがって、最終的な破断強度は

$$F_c = F_f V_f
 \tag{10}$$

これをプロットしたのが Fig. 11(c) である。

母材が粘い場合と同様に、繊維支配とマトリクス支配の境界  $V_{\min}$  を求めてみよう。(Fig. 11(d)) \*4

$$V_{\min} = \frac{F_m}{F_m + F_f - \sigma'_f} \quad (11)$$

繊維が母材より粘い場合には、繊維は亀裂が成長するのを抑制する機能を持つ。

### 3 その他、複合材料で考えておくべきこと。

**繊維と母材の接着性** 繊維に対する樹脂含浸プロセスにおいて、材料に気泡などの空隙が混入したりする可能性。

**処分が困難** 繊維の強度があって砕きにくい。溶解しての再利用がしにくい。

E.g., FRP 船の処理。FRP 船は、高強度で処理が困難なうえ、処理費用が高く、不法投棄が社会問題となっている。

**熱と線膨張係数の制御** 繊維と母材で別の材料を使うことから、線膨張係数の制御を考えた必要がある。一般には、線材と母材で近い熱膨張係数の材料を使わなければ界面近傍で \_\_\_\_\_ が生じて界面が剥離し易くなり、材料の劣化に繋がる。鉄筋コンクリートは熱膨張係数が概ね一緒。

逆に、線膨張係数を積極的に利用する部品もある。前回話題に出した \_\_\_\_\_ がその一つ。

複合材料全体の線膨張係数を 0 にするような材料設計も可能。熱膨張をしない材料の設計。半導体製造装置、精密光学機器、アンテナなど、寸法に高い精度が必要なものに使われる。

### 4 実験による確認

複合材料の性質の多くは適切なモデルを用いることで精度の良い設計が可能である。しかしモデルはあくまでモデルであり、現実に構成したときにはそこで削ぎ落とされた条件の効果を実験によって確認する必要がある。しかし実験をするにも設計段階で大体の値のあたりを付けておくことは、効率的な開発を進めるために有効である。

---

\*4 min という添字の妥当性には疑問があるが、同様の議論として同じ添字にしてある。

## 5 まとめ

- 破壊の機構が複雑。
- 繊維軸方向の破壊について。
- マトリクス支配と繊維支配

今回は繊維軸方向に引張応力がかかったときの破壊について集中的に扱ったが、その他の条件においても適切なモデルを立てることで十分に精度の高い材料設計が可能である。

## 6 小レポート

### 6.1 前回講評

比弾性率としての話はしていなかったが、密度と弾性率の話はそれぞれ各個にした。それらをまとめること。

なお、「1:3 に配合すれば良い」というような表現が散見された。授業では直感的な分かり易さを補足するためにそのような表現をテキストにも用いているが、そのような大雑把な丸め方は学術的な表現にはイマイチそぐわない。

比弾性率 比弾性率としても、前回の話を総合して以下のようにすれば解ける。

$E_f \gg E_m$  の近似を使い、

$$E_{c,L} = E_f \cdot r \quad (12)$$

また、eq. (5.6)

$$\rho_c = r\rho_f + (1-r)\rho_m \quad (13)$$

これを用いて、

$$\frac{E}{\rho} = \frac{E_f \cdot r}{\rho_f r + \rho_m(1-r)} \quad (14)$$

$$\frac{E}{\rho} \cdot (\rho_f r + \rho_m(1-r)) = E_f \cdot r \quad (15)$$

$$\frac{E}{\rho} \rho_f r + \frac{E}{\rho} \rho_m - \frac{E}{\rho} \rho_m r = E_f \cdot r \quad (16)$$

$$\left(\frac{E}{\rho} \rho_f - \frac{E}{\rho} \rho_m - E_f\right)r = -\frac{E}{\rho} \rho_m \quad (17)$$

$$r = -\frac{\frac{E}{\rho} \rho_m}{\frac{E}{\rho} \rho_f - \frac{E}{\rho} \rho_m - E_f} \quad (18)$$

$$= \frac{\frac{E}{\rho} \rho_m}{E_f - \frac{E}{\rho} \rho_f + \frac{E}{\rho} \rho_m} \quad (19)$$

仮に 炭素繊維とエポキシ樹脂を使った場合、

$$r = \frac{\frac{E}{\rho} \rho_m}{E_f - \frac{E}{\rho} \rho_f + \frac{E}{\rho} \rho_m} \quad (20)$$

$$= \frac{50 \times 1.25}{230 - 50 \times 1.44 + 50 \times 1.25} \quad (21)$$

$$= 0.283 \quad (22)$$

## 6.2 今回課題

Table 1 は各種材料の室温での引張特性と材料指数の一部である。シリカガラスを線材、エポキシ樹脂を母材とした複合材料を作る場合に、強度面でのメリットが出せる繊維体積分率を求めよ。ただしいずれの材料も破断に至るまで、応力歪み曲線が直線であると仮定する。

表 1 (table20131105b) 各種材料の室温での引張特性と材料指数。

材料	破断応力 (引張強度) $\sigma$ [GPa]	破断ひずみ [-]
シリカガラス	4.5	0.05
エポキシ樹脂	0.06	0.10